

មេរៀនទី២

អនុវត្តន៍ជីវិត

១. បន្ទាត់ប៉ះនឹងក្រាបតាងអនុគមន៍

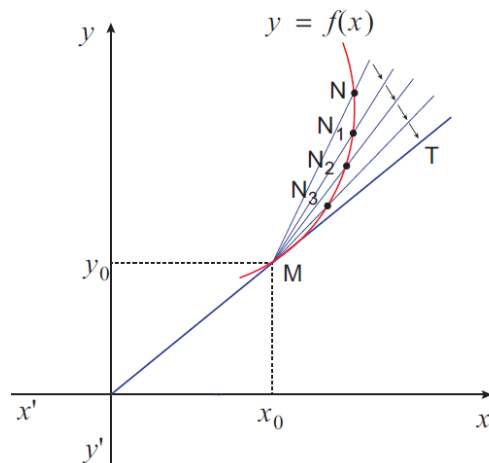
គេមានចំណុច $M(x_0, f(x_0))$ និងចំណុច $N(x, f(x))$ នៅលើក្រាបតាងអនុគមន៍ f ។ ខ្នាត MN មានមេគុណប្រាប់ទិស

$$\text{កំណត់ដោយ: } a = \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} \quad \text{។}$$

កាលណាចំណុច $N(x, f(x))$ ចល័តលើក្រាបតាងអនុគមន៍ ខិតជិតចំណុច $M(x_0, f(x_0))$ ស្ទើរតែត្រួតស៊ីគ្នា គេបានខ្នាត MN ក្លាយជាបន្ទាត់ប៉ះក្រាបតាងអនុគមន៍ f ត្រង់ចំណុច $M(x_0, f(x_0))$ ។

$$\text{មានមេគុណប្រាប់ទិសកំណត់ដោយ: } a = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = f'(x_0)$$

បន្ទាត់ប៉ះនឹងក្រាបតាងអនុគមន៍កាត់តាមចំណុច $M(x_0, f(x_0))$ និងមានមេគុណប្រាប់ទិស $a = f'(x_0)$ នោះសមីការបន្ទាត់ប៉ះកំណត់ដោយ (T): $y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$



២. ទិសដៅអថេរភាពនៃអនុគមន៍

២.១. អនុគមន៍កើន និងអនុគមន៍ចុះ

ជាទូទៅ: f ជាអនុគមន៍កើននៅលើចន្លោះ (a, b) លុះត្រាតែ $f'(x) > 0$ គ្រប់ $x \in (a, b)$ ។

f ជាអនុគមន៍ចុះនៅលើចន្លោះ (a, b) លុះត្រាតែ $f'(x) < 0$ គ្រប់ $x \in (a, b)$ ។

f ជាអនុគមន៍ថេរនៅលើចន្លោះ (a, b) លុះត្រាតែ $f'(x) = 0$ គ្រប់ $x \in (a, b)$ ។

២.២. អតិបរមាធៀប និង អប្បបរមាធៀបនៃអនុគមន៍

$$\text{ជាទូទៅ: } f \text{ មានអតិបរមាធៀបត្រង់ } x = x_0 \text{ លុះត្រាតែ } \begin{cases} f'(x) > 0 & \text{if } x < x_0 \\ f'(x) = 0 & \text{if } x = x_0 \\ f'(x) < 0 & \text{if } x > x_0 \end{cases}$$

ឬ f មានអតិបរមាធៀបត្រង់ $x = x_0$ លុះត្រាតែ $f'(x_0) = 0$ និង $f'(x)$ ប្តូរសញ្ញាពី (+) ទៅ (-) ត្រង់ $x = x_0$ ។

$$f \text{ មានអប្បបរមាធៀបត្រង់ } x = x_0 \text{ លុះត្រាតែ } \begin{cases} f'(x) < 0 & \text{if } x < x_0 \\ f'(x) = 0 & \text{if } x = x_0 \\ f'(x) > 0 & \text{if } x > x_0 \end{cases}$$

ឬ f មានអប្បបរមាធៀបត្រង់ $x = x_0$ លុះត្រាតែ $f'(x_0) = 0$ និង $f'(x)$ ប្តូរសញ្ញាពី (-) ទៅ (+) ត្រង់ $x = x_0$ ។

ឧទាហរណ៍: គេឲ្យអនុគមន៍ $f(x) = x^3 - 3x^2$ ។ សិក្សាភាពកើន និង ភាពចុះនៃអនុគមន៍ រួចរកតម្លៃអតិបរមាធៀប និង អប្បបរមាធៀបនៃអនុគមន៍។

ចម្លើយ: សិក្សាភាពកើន និង ភាពចុះនៃអនុគមន៍គេឲ្យអនុគមន៍ $f(x) = x^3 - 3x^2$

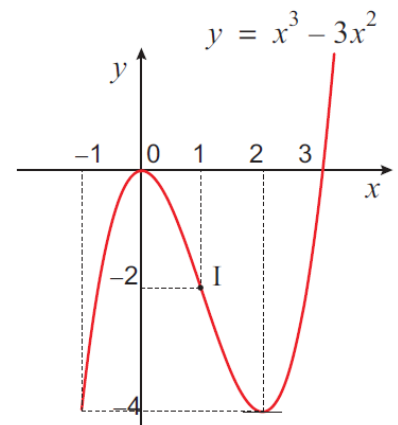
❖ គណនាដេរីវេនៃអនុគមន៍ $f'(x)$

គេបាន៖ $f'(x) = 3x^2 - 6x$

ឲ្យ៖ $f'(x) = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x = 0 \Rightarrow x = 0, x = 2$

❖ តារាងសញ្ញានៃ $f'(x)$

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	+



តាមតារាងសញ្ញានៃ $f'(x)$ គេបាន

f ជាអនុគមន៍កើននៅលើចន្លោះ $(-\infty, 0) \cup (2, +\infty)$ ។

f ជាអនុគមន៍ចុះនៅលើចន្លោះ $(0, 2)$ ។

❖ រកតម្លៃអតិបរមាធៀប និង អប្បបរមាធៀបនៃអនុគមន៍

ដោយ $f'(x)$ ប្តូរសញ្ញាពី (+) ទៅ (-) ត្រង់ $x = 0$ គេបាន f មានអតិបរមាធៀបត្រង់ $x = 0$

ហើយតម្លៃអតិបរមាធៀបនៃ f គឺ $f(0) = 0^3 - 3 \times 0^2 = 0$

ដោយ $f'(x)$ ប្តូរសញ្ញាពី (-) ទៅ (+) ត្រង់ $x = 2$ គេបាន f មានអប្បបរមាធៀបត្រង់ $x = 2$

ហើយតម្លៃអប្បបរមាធៀបនៃ f គឺ $f(2) = 2^3 - 3 \times 2^2 = -4$ ។

៣. អនុវត្តន៍ក្នុងការគណនាតម្លៃបរមា

ឧទាហរណ៍១៖ ចតុកោណកែងមួយមានបរិមាត្រ $p = 20m$ ។ ចូរគណនាវិមាត្រទាំងពីរដើម្បីឲ្យផ្ទៃក្រឡាចតុកោណកែងនេះមានតម្លៃធំបំផុត រួចគណនាផ្ទៃក្រឡាចតុកោណកែងនេះ។

ចម្លើយ៖ គណនាវិមាត្រទាំងពីរដើម្បីឲ្យផ្ទៃក្រឡាចតុកោណកែងនេះមានតម្លៃធំបំផុត

តាង៖ x និង y ជាវិមាត្រទាំងពីរនៃចតុកោណកែង ដែល $x, y > 0$

ផ្ទៃក្រឡាចតុកោណកែង ជាអនុគមន៍នៃ x

គេមាន៖ បរិមាត្រ $p = 20m$ នោះ $2(x + y) = 20 \Rightarrow y = 10 - x$

ហើយ៖ ផ្ទៃក្រឡាចតុកោណកែង $S = xy$

ដោយជំនួស $y = 10 - x$

គេបានទំនាក់ទំនងផ្ទៃក្រឡាចតុកោណកែង ជាអនុគមន៍នៃ x គឺ $S(x) = x(10 - x) = 10x - x^2$

គណនាដេរីវេទី១ ដើម្បីសិក្សាតម្លៃបរមា

ដោយ៖ $S(x) = 10x - x^2$ នាំឲ្យ $S'(x) = 10 - 2x$

ឲ្យ $S'(x) = 0$ គេបាន៖ $10 - 2x = 0 \Rightarrow x = 5$

x	0	5	$+\infty$
$S'(x)$	+	0	-
$S(x)$			

តាមតារាងអរថេរភាព បើ $x=5$ គេបាន៖ $S(x)$ មានតម្លៃធំបំផុត

គេបាន៖ $y=10-5=5$

ផ្ទៃក្រឡាចតុកោណកែងធំបំផុតគឺ $S=10 \times 5 - 5^2 = 25 \text{ m}^2$

ដូចនេះ វិមាត្រទាំងពីរ $x=y=5\text{m}$ និងផ្ទៃក្រឡាចតុកោណកែងធំបំផុតគឺ $S=25 \text{ m}^2$

ឧទាហរណ៍២៖ គេចង់ធ្វើប្រអប់បើកមួយពីក្រដាសកាតុងដែលមានរាងចតុកោណកែងដោយកាត់ការេច្រើនៗមានរង្វាស់ជ្រុង x នៅត្រង់មុំកែងចេញ។ គេដឹងថាចតុកោណកែងមានបណ្តោយ 8dm និងទទឹង 3dm ។

ក. គណនាមាឌនៃប្រអប់ជាអនុគមន៍នៃ x

ខ. កំណត់តម្លៃ x ដើម្បីឱ្យប្រអប់មានមាឌអតិបរមា រួចគណនាមាឌអតិបរមានោះ ។

ចម្លើយ៖

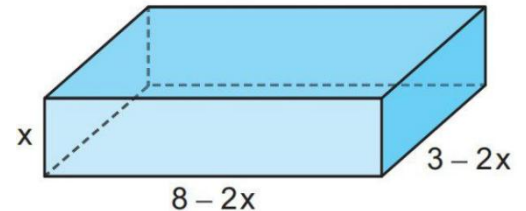
ក. គណនាមាឌនៃប្រអប់ជាអនុគមន៍នៃ x

ដើម្បីធ្វើប្រអប់បានលុះត្រាតែ $0 < 2x < 3$ ឬ $0 < x < 1.3$

គេបានមាឌនៃប្រអប់គឺ៖ $V(x) = (8-2x)(3-2x)x$

$$= 24x - 16x^2 - 6x^2 + 4x^3$$

$$= 4x^3 - 22x^2 + 24x$$



ដូចនេះ មាឌនៃប្រអប់គឺ $V(x) = 4x^3 - 22x^2 + 24x$ ជាអនុគមន៍នៃ x

ខ. កំណត់តម្លៃ x ដើម្បីឱ្យប្រអប់មានមាឌអតិបរមា

គេមាន៖ $V(x) = 4x^3 - 22x^2 + 24x$

គេបាន៖ $V'(x) = 12x^2 - 44x + 24$

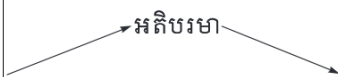
ឲ្យ $V'(x) = 0$ នាំឲ្យ $12x^2 - 44x + 24 = 0$

$$3x^2 - 11x + 6 = 0$$

$$(3x-2)(x-3) = 0$$

គេបាន៖ $x = \frac{2}{3}, x = 3$

ដោយ៖ $0 < x < 1.3$ នាំឲ្យ $x = \frac{2}{3}$

x	0	$\frac{2}{3}$	1.5
$V'(x)$	+	0	-
$V(x)$			

តាមតារាងអថេរភាព បើ $x = \frac{2}{3}$ គេបាន៖ $V(x)$ មានតម្លៃអតិបរមា

នោះមាឌអតិបរមាគឺ ៖ $V\left(\frac{2}{3}\right) = 4\left(\frac{2}{3}\right)^3 - 22\left(\frac{2}{3}\right)^2 + 24\left(\frac{2}{3}\right) = \frac{209}{27} \text{ cm}^3$

ដូចនេះ $x = \frac{2}{3}$ ដើម្បីឱ្យប្រអប់មានមាឌអតិបរមា និងមាឌអតិបរមាគឺ៖ $V = \frac{209}{27} \text{ cm}^3$