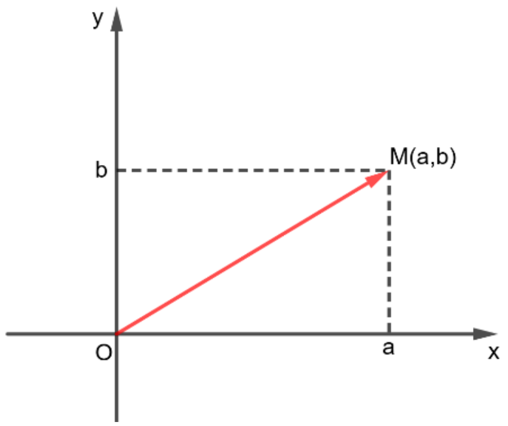
មេរៀនទី២ ចំនួនកុំផ្លិចទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ

១.ម៉ូឌុលនៃចំនួនកុំផ្លិច

ក្នុងតម្រុយអរតូណរមេ (xoy) គេអាចតាងចំនួនកុំផ្លិច $z=a+bi$ ដោយចំណុច M ដែលមានកូអរដោនេ (a,b) ក្នុងតម្រុយនេះ។



គេថា៖ $M(a,b)$ ជារូបភាពនៃចំនួនកុំផ្លិច $z=a+bi$

$\overrightarrow{OM}=(a,b)$ ជាវ៉ិចទ័រនៃចំនួនកុំផ្លិច $z=a+bi$

ម៉ូឌុលនៃចំនួនកុំផ្លិច គឺជាប្រវែងនៃវ៉ិចទ័រ $\overrightarrow{OM}=(a,b)$ ដែលកំណត់ដោយ៖ $\left|\overrightarrow{OM}\right|=\sqrt{a^2+b^2}$

ជាទូទៅ៖ គេតាងម៉ូឌុលនៃចំនួនកុំផ្លិច z ដោយ $|z|$ ហើយគេកំណត់សរសេរ $|z|=\sqrt{a^2+b^2}$

សម្គាល់៖ $|a+bi|$ ជាម៉ូឌុលនៃចំនួនកុំផ្លិច $a+bi$

ឧទាហរណ៍៖ គេឲ្យចំនួនកុំផ្លិច $z_1=-1-2i$ និង $z_2=-4i$ ។ចូរគណនាម៉ូឌុលនៃចំនួនកុំផ្លិច z_1 និង z_2

ចម្លើយ៖ គណនាម៉ូឌុលនៃចំនួនកុំផ្លិច z_1 និង z_2

$z_1=-1-2i$ គេបាន $|z_1|=\sqrt{(-1)^2+(-2)^2}=\sqrt{1+4}=\sqrt{5}$

$z_2=-4i$ គេបាន $|z_2|=\sqrt{0^2+(-4)^2}=\sqrt{16}=4$

ដូចនេះ $|z_1|=\sqrt{5}$, $|z_2|=4$

១.១.លក្ខណៈម៉ូឌុលនៃចំនួនកុំផ្លិច

1.បើ z ជាចំនួនកុំផ្លិច នោះ $|z|=|\overline{z}|$

2.បើ z ជាចំនួនកុំផ្លិច នោះ $|z|^2=z\cdot\overline{z}$

3.បើ z_1 និង z_2 ជាចំនួនកុំផ្លិច នោះ $|z_1\cdot z_2|=|z_1|\cdot|z_2|$

4.បើ z_1 និង z_2 ជាចំនួនកុំផ្លិច នោះ $\left|\frac{z_1}{z_2}\right| = \frac{|z_1|}{|z_2|}$

5.បើ z_1 និង z_2 ជាចំនួនកុំផ្លិច នោះ $|z_1 + z_2| \le |z_1| + |z_2|$

ឧទាហរណ៍១៖គេឲ្យចំនួនកុំផ្លិច $z = -1 + i\sqrt{3}$ ។ ចូរបង្ហាញថា $|z| = |\overline{z}| = |-z|$ និង $|z|^2 = z \cdot \overline{z}$

ចម្លើយ៖បង្ហាញថា $|z| = |\overline{z}| = |-z|$ និង $|z|^2 = z \cdot \overline{z}$

គេមាន $z = -1 + i\sqrt{3}$ នាំឲ្យ $\overline{z} = -1 - i\sqrt{3}$ និង $-z = 1 - i\sqrt{3}$

គេបាន៖ ម៉ូឌុលនៃចំនួនកុំផ្លិច z គឺ $|z| = \sqrt{(-1)^2 + \left(\sqrt{3}\right)^2} = \sqrt{1+3} = 2$

ម៉ូឌុលនៃចំនួនកុំផ្លិច $\overline{z}$ គឺ $|\overline{z}| = \sqrt{(-1)^2 + \left(-\sqrt{3}\right)^2} = \sqrt{1+3} = 2$

ម៉ូឌុលនៃចំនួនកុំផ្លិច $-z$ គឺ $|-z| = \sqrt{1^2 + \left(-\sqrt{3}\right)^2} = \sqrt{1+3} = 2$

ហើយ៖ $|z|^2 = 2^2 = 4$ និង $z \cdot \overline{z} = \left(-1 + i\sqrt{3}\right)\left(-1 - i\sqrt{3}\right) = (-1)^2 - \left(i\sqrt{3}\right)^2 = 1 + 3 = 4$

សន្និដ្ឋាន៖ $|z| = |\overline{z}| = |-z|$ និង $|z|^2 = z \cdot \overline{z}$

ឧទាហរណ៍២៖គេឲ្យចំនួនកុំផ្លិច $z_1 = -1 + 2i$ និង $z_2 = 1 + i$ ។ ចូរបង្ហាញថា

ក. $|z_1 \cdot z_2| = |z_1| \cdot |z_2|$ ខ. $\left|\frac{z_1}{z_2}\right| = \frac{|z_1|}{|z_2|}$ គ. $|z_1 + z_2| \le |z_1| + |z_2|$

ចម្លើយ៖បង្ហាញថា

ក. $|z_1 \cdot z_2| = |z_1| \cdot |z_2|$

គេមានចំនួនកុំផ្លិច $z_1 = -1 + 2i$ និង $z_2 = 1 + i$

គេបាន៖ម៉ូឌុលនៃចំនួនកុំផ្លិច z_1 គឺ $|z_1| = \sqrt{(-1)^2 + 2^2} = \sqrt{5}$

ម៉ូឌុលនៃចំនួនកុំផ្លិច z_2 គឺ $|z_2| = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$

នោះ $|z_1| \cdot |z_2| = \sqrt{5} \times \sqrt{2} = \sqrt{10}$

ហើយ៖ $z_1 \cdot z_2 = (-1 + 2i)(1 + i) = -1 - i + 2i + 2i^2 = -1 - i + 2i - 2 = -3 + i$

នោះ $|z_1 \cdot z_2| = \sqrt{(-3)^2 + 1} = \sqrt{9+1} = \sqrt{10}$

សន្និដ្ឋាន៖ $|z_1 \cdot z_2| = |z_1| \cdot |z_2|$

ខ. $\left|\frac{z_1}{z_2}\right| = \frac{|z_1|}{|z_2|}$

គេមាន៖ $\frac{z_1}{z_2} = \frac{-1+2i}{1+i} = \frac{(-1+2i)(1-i)}{(1+i)(1-i)} = \frac{-1+i+2i-2i^2}{1^2 - i^2} = \frac{-1+i+2i+2}{1+1} = \frac{1}{2} + \frac{3i}{2}$

នោះ $\left|\frac{z_1}{z_2}\right| = \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{3}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{9}{4}} = \frac{\sqrt{10}}{2}$

ម៉្យាងទៀត៖ $\frac{|z_1|}{|z_2|} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{5} \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{10}}{2}$

សន្និដ្ឋាន៖ $\left|\frac{z_1}{z_2}\right| = \frac{|z_1|}{|z_2|}$

គ. $|z_1 + z_2| \leq |z_1| + |z_2|$

គេមាន៖ $z_1 + z_2 = (-1 + 2i) + (1 + i) = 3i$

នោះ $|z_1 + z_2| = \sqrt{0^2 + 3^2} = 3$

ហើយ៖ $|z_1| + |z_2| = \sqrt{5} + \sqrt{2}$

ដោយ $\sqrt{5} > 2$, $\sqrt{2} > 1 \Rightarrow \sqrt{5} + \sqrt{2} > 2 + 1 = 3$

សន្និដ្ឋាន៖ $|z_1 + z_2| \leq |z_1| + |z_2|$

២.អាគុយម៉ង់នៃចំនួនកុំផ្លិច

គេមានចំនួនកុំផ្លិច $z = a + bi$ ស្ថិតក្នុងប្លង់កុំផ្លិច។ $\overrightarrow{OM} = (a, b)$ ជាវ៉ិចទ័រនៃចំនួនកុំផ្លិច $z = a + bi$ ។មុំដែលកំណត់ដោយ $\left(\overrightarrow{Ox}, \overrightarrow{OM}\right)$ ហៅថាអាគុយម៉ង់នៃចំនួនកុំផ្លិច $z = a + bi$ ។ គេតាង $\arg(z) = \alpha + 2k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$ ជាអាគុយម៉ង់នៃចំនួនកុំផ្លិច $z = a + bi$ ។

ដើម្បីកំណត់អាគុយម៉ង់នៃចំនួនកុំផ្លិច គេត្រូវដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីកា

$$\begin{cases} \cos\alpha = \frac{a}{r} \\ \sin\alpha = \frac{b}{r} \end{cases} \text{ ដែល } r = |z| = \sqrt{a^2 + b^2}$$

ឧទាហរណ៍១៖ រកអាគុយម៉ង់នៃចំនួនកុំផ្លិច $z = 1 + i\sqrt{3}$ ។

ចម្លើយ៖ គេមាន $z = 1 + i\sqrt{3}$

គេបាន $r = |z| = \sqrt{1^2 + \left(\sqrt{3}\right)^2} = 2$

នោះ $\begin{cases} \cos\alpha = \frac{1}{2} \\ \sin\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases}$ ដោយ $\cos\alpha > 0$ និង $\sin\alpha > 0$ នាំឲ្យ α នៅក្នុងកាដ្រង់ទីមួយ

គេទាញបាន៖ $\alpha = \frac{\pi}{3}$

ដូចនេះ $\arg(\mathbf{z}) = \frac{\pi}{3} + 2\mathbf{k}\pi \;, \mathbf{k} \in \mathbb{Z}$

ឧទាហរណ៍២៖រកអាគុយម៉ង់នៃចំនួនកុំផ្លិច $\mathbf{z} = -1 + \mathbf{i}$ ។

ចម្លើយ៖គេមាន $\mathbf{z} = -1 + \mathbf{i}$

គេបាន $\mathbf{r} = |\mathbf{z}| = \sqrt{(-1)^2 + 1^2} = \sqrt{2}$

នោះ $\begin{cases} \cos\alpha = \frac{-1}{\sqrt{2}} = -\frac{\sqrt{2}}{2} \\ \sin\alpha = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases}$ ដោយ $\cos\alpha < 0$ និង $\sin\alpha > 0$ នាំឲ្យ α នៅក្នុងកាដ្រង់ទីពីរ

គេទាញបាន៖ $\alpha = \pi - \frac{\pi}{4} = \frac{3\pi}{4}$

ដូចនេះ $\arg(\mathbf{z}) = \frac{3\pi}{4} + 2\mathbf{k}\pi \;, \mathbf{k} \in \mathbb{Z}$

៣.ទម្រង់ត្រីកោណមាត្រនៃចំនួនកុំផ្លិច

ចំនួនកុំផ្លិច $\mathbf{z} = \mathbf{a} + \mathbf{b}\mathbf{i}$ ជាទម្រង់ពីជគណិត គេអាចសរសេរវាជាទម្រង់ថ្មីមួយទៀតគឺ $\mathbf{z} = \mathbf{r}(\cos\alpha + \mathbf{i}\sin\alpha)$ ហៅថាចំនួនកុំផ្លិចទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ។

ឧទាហរណ៍១៖សរសេរចំនួនកុំផ្លិច $\mathbf{z}_1 = 1 + \mathbf{i}\sqrt{3}$ និង $\mathbf{z}_2 = -1 + \mathbf{i}$ ជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ។

ចម្លើយ៖សរសេរចំនួនកុំផ្លិច $\mathbf{z}_1 = 1 + \mathbf{i}\sqrt{3}$ និង $\mathbf{z}_2 = -1 + \mathbf{i}$ ជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ

ចំពោះ $\mathbf{z}_1 = 1 + \mathbf{i}\sqrt{3}$

មានម៉ូឌុល $\mathbf{r} = 2$ និង អាគុយម៉ង់ $\arg(\mathbf{z}) = \frac{\pi}{3} + 2\mathbf{k}\pi \;, \mathbf{k} \in \mathbb{Z}$

នោះ $\mathbf{z}_1 = 2\left(\cos\frac{\pi}{3} + \mathbf{i}\sin\frac{\pi}{3}\right)$ ជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ

ចំពោះ $\mathbf{z}_2 = -1 + \mathbf{i}$

មានម៉ូឌុល $\mathbf{r} = \sqrt{2}$ និង អាគុយម៉ង់ $\arg(\mathbf{z}) = \frac{3\pi}{4} + 2\mathbf{k}\pi \;, \mathbf{k} \in \mathbb{Z}$

នោះ $\mathbf{z}_2 = \sqrt{2}\left(\cos\frac{3\pi}{4} + \mathbf{i}\sin\frac{3\pi}{4}\right)$ ជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ

ដូចនេះ $\mathbf{z}_1 = 2\left(\cos\frac{\pi}{3} + \mathbf{i}\sin\frac{\pi}{3}\right)$ និង $\mathbf{z}_2 = \sqrt{2}\left(\cos\frac{3\pi}{4} + \mathbf{i}\sin\frac{3\pi}{4}\right)$ ជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ។

ឧទាហរណ៍២៖សរសេរចំនួនកុំផ្លិច $\mathbf{z} = 2\sqrt{3} - 2\mathbf{i}$ ជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ។

ចម្លើយ៖សរសេរចំនួនកុំផ្លិច $\mathbf{z} = 2\sqrt{3} - 2\mathbf{i}$ ជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ

$$\mathbf{z} = 2\sqrt{3} - 2\mathbf{i} = 4\left(\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}\mathbf{i}\right) = 4\left[\cos\left(-\frac{\pi}{6}\right) + \mathbf{i}\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)\right]$$

ដោយ $-\frac{\pi}{6}$ អាចសរសេរជា $2\pi-\frac{\pi}{6}=\frac{11\pi}{6}$

ដូចនេះ $\mathbf{z}=4\left(\cos\frac{11\pi}{6}+\mathbf{i}\sin\frac{11\pi}{6}\right)$

ឧទាហរណ៍៣៖សរសេរចំនួនកុំផ្លិច $\mathbf{z}=1+\cos\boldsymbol{\alpha}-\mathbf{i}\sin\boldsymbol{\alpha}$ ដែល $-\pi<\alpha<\pi$ ជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ។

ចម្លើយ៖សរសេរចំនួនកុំផ្លិច $\mathbf{z}=1+\cos\boldsymbol{\alpha}-\mathbf{i}\sin\boldsymbol{\alpha}$ ជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ

ប្រើរូបមន្តគោល៖ $1+\cos\boldsymbol{\alpha}=2\cos^2\frac{\boldsymbol{\alpha}}{2}$, $\sin\boldsymbol{\alpha}=2\sin\frac{\boldsymbol{\alpha}}{2}\cos\frac{\boldsymbol{\alpha}}{2}$

គេបាន៖ $\mathbf{z}=1+\cos\boldsymbol{\alpha}-\mathbf{i}\sin\boldsymbol{\alpha}=2\cos^2\frac{\boldsymbol{\alpha}}{2}-2\mathbf{i}\sin\frac{\boldsymbol{\alpha}}{2}\cos\frac{\boldsymbol{\alpha}}{2}$

$$=2\cos\frac{\boldsymbol{\alpha}}{2}\left(\cos\frac{\boldsymbol{\alpha}}{2}-\mathbf{i}\sin\frac{\boldsymbol{\alpha}}{2}\right)=2\cos\frac{\boldsymbol{\alpha}}{2}\left[\cos\left(-\frac{\boldsymbol{\alpha}}{2}\right)+\mathbf{i}\sin\left(-\frac{\boldsymbol{\alpha}}{2}\right)\right]$$

ដោយ៖ $-\pi<\alpha<\pi\Rightarrow-\frac{\pi}{2}<\frac{\alpha}{2}<\frac{\pi}{2}$ នាំឲ្យ $\cos\boldsymbol{\alpha}>0$

ដូចនេះ $\mathbf{z}=2\cos\frac{\boldsymbol{\alpha}}{2}\left[\cos\left(-\frac{\boldsymbol{\alpha}}{2}\right)+\mathbf{i}\sin\left(-\frac{\boldsymbol{\alpha}}{2}\right)\right]$ ជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ។

៤.ផលគុណចំនួនកុំផ្លិចតាមទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ

គេមាន $\mathbf{z}_1=\mathbf{r}_1(\cos\boldsymbol{\alpha}_1+\mathbf{i}\sin\boldsymbol{\alpha}_1)$ និង $\mathbf{z}_2=\mathbf{r}_2(\cos\boldsymbol{\alpha}_2+\mathbf{i}\sin\boldsymbol{\alpha}_2)$ ជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ។

គេបាន៖ $\mathbf{z}_1\mathbf{z}_2=\mathbf{r}_1\mathbf{r}_2\left[\cos(\boldsymbol{\alpha}_1+\boldsymbol{\alpha}_2)+\mathbf{i}\sin(\boldsymbol{\alpha}_1+\boldsymbol{\alpha}_2)\right]$

ឧទាហរណ៍១៖គេឲ្យចំនួនកុំផ្លិច $\mathbf{z}_1=\sqrt{2}\left(\cos\frac{3\pi}{4}+\mathbf{i}\sin\frac{3\pi}{4}\right)$ និង $\mathbf{z}_2=2\left(\cos\frac{4\pi}{3}+\mathbf{i}\sin\frac{4\pi}{3}\right)$

គណនា $\mathbf{z}_1\mathbf{z}_2$ ជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ។

ចម្លើយ៖គណនា $\mathbf{z}_1\mathbf{z}_2$ ជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ

$$\mathbf{z}_1\mathbf{z}_2=\sqrt{2}\left(\cos\frac{3\pi}{4}+\mathbf{i}\sin\frac{3\pi}{4}\right)\times2\left(\cos\frac{4\pi}{3}+\mathbf{i}\sin\frac{4\pi}{3}\right)$$

$$=2\sqrt{2}\left[\cos\left(\frac{3\pi}{4}+\frac{4\pi}{3}\right)+\mathbf{i}\sin\left(\frac{3\pi}{4}+\frac{4\pi}{3}\right)\right]$$

$$=2\sqrt{2}\left(\cos\frac{25\pi}{12}+\mathbf{i}\sin\frac{25\pi}{12}\right)$$

ដូចនេះ $\mathbf{z}_1\mathbf{z}_2=2\sqrt{2}\left(\cos\frac{25\pi}{12}+\mathbf{i}\sin\frac{25\pi}{12}\right)$

ឧទាហរណ៍២៖គេឲ្យចំនួនកុំផ្លិច $\mathbf{z}_1=1+\mathbf{i}$ និង $\mathbf{z}_2=1+\mathbf{i}\sqrt{3}$ ។

ក.គណនា $\mathbf{z}_1\mathbf{z}_2$ ជាទម្រង់ពីជគណិត ។

ខ.គណនា $\mathbf{z}_1\mathbf{z}_2$ ជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ។

គ.ទាញរកតម្លៃប្រាកដនៃ $\cos\frac{7\pi}{12}$ និង $\sin\frac{7\pi}{12}$ ។

ចម្លើយ៖

ក.គណនា z_1z_2 ជាទម្រង់ពីជគណិត

គេបាន៖ $z_1z_2=(1+i)(1+i\sqrt{3})=1+i\sqrt{3}+i+i^2\sqrt{3}=(1-\sqrt{3})+(1+\sqrt{3})i$

ដូចនេះ $z_1z_2=(1-\sqrt{3})+(1+\sqrt{3})i$

ខ.គណនា z_1z_2 ជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ

សរសេរ z_1, z_2 ជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ

$$z_1=1+i=\sqrt{2}\left(\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}i\right)=\sqrt{2}\left(\cos\frac{\pi}{4}+i\sin\frac{\pi}{4}\right)$$

$$z_2=1+i\sqrt{3}=2\left(\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i\right)=2\left(\cos\frac{\pi}{3}+i\sin\frac{\pi}{3}\right)$$

គេបាន៖ $z_1z_2=2\sqrt{2}\left[\cos\left(\frac{\pi}{4}+\frac{\pi}{3}\right)+i\sin\left(\frac{\pi}{4}+\frac{\pi}{3}\right)\right]=2\sqrt{2}\left(\cos\frac{7\pi}{12}+i\sin\frac{7\pi}{12}\right)$

ដូចនេះ $z_1z_2=2\sqrt{2}\left(\cos\frac{7\pi}{12}+i\sin\frac{7\pi}{12}\right)$

គ.ទាញរកតម្លៃប្រាកដនៃ $\cos\frac{7\pi}{12}$ និង $\sin\frac{7\pi}{12}$

គេមាន៖ $z_1z_2=(1-\sqrt{3})+(1+\sqrt{3})i$ និង $z_1z_2=2\sqrt{2}\left(\cos\frac{7\pi}{12}+i\sin\frac{7\pi}{12}\right)$

គេទាញបាន៖ $\begin{cases}2\sqrt{2}\cos\frac{7\pi}{12}=1-\sqrt{3}\\ 2\sqrt{2}\sin\frac{7\pi}{12}=1+\sqrt{3}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\cos\frac{7\pi}{12}=\frac{1-\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}\\ \sin\frac{7\pi}{12}=\frac{1+\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\cos\frac{7\pi}{12}=\frac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}\\ \sin\frac{7\pi}{12}=\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}\end{cases}$

ដូចនេះ $\cos\frac{7\pi}{12}=\frac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}$ និង $\sin\frac{7\pi}{12}=\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}$

៥.ផលចែកចំនួនកុំផ្លិចតាមទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ

គេមាន $z_1=r_1(\cos\alpha_1+i\sin\alpha_1)$ និង $z_2=r_2(\cos\alpha_2+i\sin\alpha_2)$ ជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ។

គេបាន៖ $\frac{z_1}{z_2}=\frac{r_1}{r_2}\left[\cos(\alpha_1-\alpha_2)+i\sin(\alpha_1-\alpha_2)\right]$

ឧទាហរណ៍១៖គេឲ្យចំនួនកុំផ្លិច $z_1=\sqrt{2}\left(\cos\frac{3\pi}{4}+i\sin\frac{3\pi}{4}\right)$ និង $z_2=2\left(\cos\frac{4\pi}{3}+i\sin\frac{4\pi}{3}\right)$

គណនា $\frac{z_1}{z_2}$ ជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ។

ចម្លើយ៖គណនា $\frac{z_1}{z_2}$ ជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ

$$\frac{\mathbf{z}_1}{\mathbf{z}_2}=\frac{\sqrt{2}\left(\cos\frac{3\pi}{4}+\mathbf{i}\sin\frac{3\pi}{4}\right)}{2\left(\cos\frac{4\pi}{3}+\mathbf{i}\sin\frac{4\pi}{3}\right)}$$

$$=\frac{\sqrt{2}}{2}\left[\cos\left(\frac{3\pi}{4}-\frac{4\pi}{3}\right)+\mathbf{i}\sin\left(\frac{3\pi}{4}-\frac{4\pi}{3}\right)\right]$$

$$=\frac{\sqrt{2}}{2}\left[\cos\left(-\frac{7\pi}{12}\right)+\mathbf{i}\sin\left(-\frac{7\pi}{12}\right)\right]$$

ដូចនេះ $\frac{\mathbf{z}_1}{\mathbf{z}_2}=\frac{\sqrt{2}}{2}\left[\cos\left(-\frac{7\pi}{12}\right)+\mathbf{i}\sin\left(-\frac{7\pi}{12}\right)\right]$

ឧទាហរណ៍២៖សរសេរ $\mathbf{z}=\dfrac{-1+\mathbf{i}}{\cos\frac{\pi}{3}+\mathbf{i}\sin\frac{\pi}{3}}$ ជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ។

ចម្លើយ៖

$$\mathbf{z}=\frac{-1+\mathbf{i}}{\cos\frac{\pi}{3}+\mathbf{i}\sin\frac{\pi}{3}}=\frac{\sqrt{2}\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}\mathbf{i}\right)}{\cos\frac{\pi}{3}+\mathbf{i}\sin\frac{\pi}{3}}=\frac{\sqrt{2}\left[\cos\left(\pi-\frac{\pi}{4}\right)+\mathbf{i}\sin\left(\pi-\frac{\pi}{4}\right)\right]}{\cos\frac{\pi}{3}+\mathbf{i}\sin\frac{\pi}{3}}$$

$$=\frac{\sqrt{2}\left(\cos\frac{3\pi}{4}+\mathbf{i}\sin\frac{3\pi}{4}\right)}{\cos\frac{\pi}{3}+\mathbf{i}\sin\frac{\pi}{3}}=\sqrt{2}\left[\cos\left(\frac{3\pi}{4}-\frac{\pi}{3}\right)+\mathbf{i}\sin\left(\frac{3\pi}{4}-\frac{\pi}{3}\right)\right]$$

$$=\sqrt{2}\left(\cos\frac{5\pi}{12}+\mathbf{i}\sin\frac{5\pi}{12}\right)$$

ដូចនេះ $\mathbf{z}=\sqrt{2}\left(\cos\frac{5\pi}{12}+\mathbf{i}\sin\frac{5\pi}{12}\right)$