

១.សញ្ញាណនៃចំនួនកុំផ្លិច

ចំនួនកុំផ្លិចជាចំនួនដែលមានរាង $a + bi$ ដែល a និង b ជាចំនួនប្រេរ ហើយ i ជាឯកតានិមិត្ត ដែល $i^2 = -1$

ចំនួនកុំផ្លិចដែលមានរាង $z = a + bi$ ហៅថាចំនួនកុំផ្លិចទម្រង់ពីជគណិត ដែល a ហៅថាផ្នែកពិត តាងដោយ $\text{Re}(z) = a$ និង b ហៅថានិមិត្ត តាងដោយ $\text{Im}(z) = b$ ហើយ i ជាឯកតានិមិត្ត ដែល $i^2 = -1$

ចំណាំ៖បើ $a = 0$ នោះ $z = bi$ ហៅថាចំនួននិមិត្តសុទ្ធ

បើ $b = 0$ នោះ $z = a$ ហៅថាចំនួនពិតសុទ្ធ

ឧទាហរណ៍៖គេមានចំនួនកុំផ្លិច

$z = -2 + 3i$ មានផ្នែកពិត $\text{Re}(z) = -2$ និង ផ្នែកនិមិត្ត $\text{Im}(z) = 3$

$z = 4 - 3i$ មានផ្នែកពិត $\text{Re}(z) = 4$ និង ផ្នែកនិមិត្ត $\text{Im}(z) = -3$

$z = 2i$ មានផ្នែកពិត $\text{Re}(z) = 0$ និង ផ្នែកនិមិត្ត $\text{Im}(z) = 2$

១.១.ចំនួនកុំផ្លិចឆ្លាស់ និង ចំនួនកុំផ្លិចផ្ទុយ

បើគេមានចំនួនកុំផ្លិច $z = a + bi$ នោះគេបាន៖

➢ ចំនួនកុំផ្លិចឆ្លាស់កំណត់ដោយ $\bar{z} = a - bi$ (ឆ្លាស់សញ្ញាតែផ្នែកនិមិត្ត)

➢ ចំនួនកុំផ្លិចផ្ទុយកំណត់ដោយ $-z = -a - bi$ (ឆ្លាស់សញ្ញាទាំងផ្នែកពិត និង និមិត្ត)

ឧទាហរណ៍៖ រកចំនួនកុំផ្លិចឆ្លាស់ និង ចំនួនកុំផ្លិចផ្ទុយនៃ $1 - 3i, 3 + 4i, 24, -i$

ចម្លើយ៖

ចំនួនកុំផ្លិច	ចំនួនកុំផ្លិចឆ្លាស់	ចំនួនកុំផ្លិចផ្ទុយ
$1 - 3i$	$1 + 3i$	$-1 + 3i$
$3 + 4i$	$3 - 4i$	$-3 - 4i$
24	24	-24
$-i$	i	i

១.២.ចំនួនកុំផ្លិចពីរស្មើគ្នា

បើគេមានចំនួនកុំផ្លិច $z_1 = a + bi$ និង $z_2 = c + di$

គេថា $z_1 = z_2$ លុះត្រាតែ $\begin{cases} a = c \\ b = d \end{cases}$ មានន័យផ្នែកពិតស្មើផ្នែកពិត និង ផ្នែកនិមិត្តស្មើផ្នែកនិមិត្ត។

២.ប្រមាណវិធីលើចំនួនកុំផ្លិច

គេមានចំនួនកុំផ្លិច $z_1 = a + bi$ និង $z_2 = c + di$ ប្រមាណវិធីលើចំនួនកុំផ្លិចទាំងពីរកំណត់ដោយ៖

$$z_1 + z_2 = (a + bi) + (c + di) = (a + c) + (b + d)i$$

$$z_1 - z_2 = (a + bi) - (c + di) = (a - c) + (b - d)i$$

$$z_1 \times z_2 = (a + bi) \times (c + di) = ac + adi + bci + bdi^2 = (ac - bd) + (ad + bc)i$$

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{a + bi}{c + di} = \frac{(a + bi)(c - di)}{(c + di)(c - di)} = \frac{ac - adi + bci - bdi^2}{c^2 - d^2i^2} = \frac{ac + bd}{c^2 + d^2} + \frac{bc - ad}{c^2 + d^2}i$$

ឧទាហរណ៍១៖ គេឲ្យចំនួនកុំផ្លិច $z_1 = 3 + 2i$ និង $z_2 = 1 - 3i$ ។

ចូរគណនា $z_1 + z_2, z_1 - z_2, z_1 \times z_2$ និង $\frac{z_1}{z_2}$ ។

ចម្លើយ៖ គណនា $z_1 + z_2, z_1 - z_2, z_1 \times z_2$ និង $\frac{z_1}{z_2}$

ដោយ $z_1 = 3 + 2i$ និង $z_2 = 1 - 3i$ គេបាន

ចំពោះ $z_1 + z_2$

$$z_1 + z_2 = (3 + 2i) + (1 - 3i) = (3 + 1) + (2 - 3)i = 4 - i$$

ចំពោះ $z_1 - z_2$

$$z_1 - z_2 = (3 + 2i) - (1 - 3i) = (3 - 1) + (2 + 3)i = 2 + 5i$$

ចំពោះ $z_1 \times z_2$

$$z_1 \times z_2 = (3 + 2i)(1 - 3i) = 3 - 9i + 2i - 6i^2 = 3 - 9i + 2i + 6 = 9 - 7i$$

ចំពោះ $\frac{z_1}{z_2}$

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{3 + 2i}{1 - 3i} = \frac{(3 + 2i)(1 + 3i)}{(1 - 3i)(1 + 3i)} = \frac{3 + 9i + 2i + 6i^2}{1^2 - 3^2i^2} = \frac{3 + 9i + 2i - 6}{1 + 9} = -\frac{3}{10} + \frac{11}{10}i$$

ដូចនេះ $z_1 + z_2 = 4 - i$, $z_1 - z_2 = 2 + 5i$, $z_1 \times z_2 = 9 - 7i$, $\frac{z_1}{z_2} = -\frac{3}{10} + \frac{11}{10}i$

ឧទាហរណ៍២៖ សរសេរចំនួនកុំផ្លិច z ជាទម្រង់ពីជគណិតដែល $z = \frac{-41 + 63i}{50} - \frac{6i + 1}{1 - 7i}$

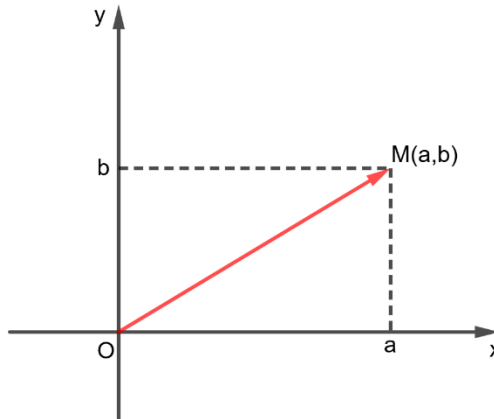
ចម្លើយ៖ សរសេរចំនួនកុំផ្លិច z ជាទម្រង់ពីជគណិត

$$\begin{aligned} \text{គេមាន } z &= \frac{-41 + 63i}{50} - \frac{6i + 1}{1 - 7i} = \frac{-41 + 63i}{50} - \frac{(6i + 1)(1 + 7i)}{(1 - 7i)(1 + 7i)} \\ &= \frac{-41 + 63i}{50} - \frac{6i - 42 + 1 + 7i}{1^2 + 7^2} = \frac{-41 + 63i}{50} - \frac{-41 + 13i}{50} \\ &= \frac{-41 + 63i + 41 - 13i}{50} = \frac{50i}{50} = i \end{aligned}$$

ដូចនេះ $z = \frac{-41 + 63i}{50} - \frac{6i + 1}{1 - 7i} = i$

៣. ការតាងចំនួនកុំផ្លិចក្នុងប្លង់កុំផ្លិច

ក្នុងតម្រុយអរតូណរមេ (xoy) គេអាចតាងចំនួនកុំផ្លិច $z = a + bi$ ដោយចំណុច M ដែលមានកូអរដោនេ (a, b) ក្នុងតម្រុយនេះ។



គេថា៖ $M(a, b)$ ជារូបភាពនៃចំនួនកុំផ្លិច $z = a + bi$

$\overrightarrow{OM} = (a, b)$ ជារ៉ឺចទ័រនៃចំនួនកុំផ្លិច $z = a + bi$

ហើយតម្រុយអរតូណរមេ (xoy) ត្រូវបានហៅថា ប្លង់កុំផ្លិច។ ដែល អ័ក្ស ($x'ox$) ហៅថាអ័ក្សពិត និង អ័ក្ស ($y'oy$) ហៅថាអ័ក្សនិមិត្ត។

ឧទាហរណ៍៖ គេឲ្យចំនួនកុំផ្លិច $z_1 = 3 + 2i$ និង $z_2 = 1 - 3i$ ។ ចូរតាងចំនួនកុំផ្លិច $z_1, z_2, z_1 + z_2$ និង $z_1 - z_2$ ក្នុងប្លង់កុំផ្លិច និង បកស្រាយតាមលក្ខណៈរ៉ឺចទ័រនៃចំនួនកុំផ្លិច។

ចម្លើយ៖ តាងចំនួនកុំផ្លិច $z_1, z_2, z_1 + z_2$ និង $z_1 - z_2$ ក្នុងប្លង់កុំផ្លិច

គេមាន៖

$z_1 = 3 + 2i$ គេអាចតាងដោយចំណុច M_1 ដែលមានកូអរដោនេ $(3, 2)$

$z_2 = 1 - 3i$ គេអាចតាងដោយចំណុច M_2 ដែលមានកូអរដោនេ $(1, -3)$

ម៉្យាងទៀត៖ $z_1 + z_2 = (3 + 2i) + (1 - 3i) = (3 + 1) + (2 - 3)i = 4 - i$

$$z_1 - z_2 = (3 + 2i) - (1 - 3i) = (3 - 1) + (2 + 3)i = 2 + 5i$$

នោះ គេអាចតាងចំនួនកុំផ្លិច $z_1 + z_2$ ដោយចំណុច M ដែលមានកូអរដោនេ $(4, -1)$

គេអាចតាងចំនួនកុំផ្លិច $z_1 - z_2$ ដោយចំណុច M' ដែលមានកូអរដោនេ $(2, 5)$

បកស្រាយតាមលក្ខណៈរ៉ឺចទ័រនៃចំនួនកុំផ្លិច

តាង $\overrightarrow{OM_1} = (3, 2)$ ជារ៉ឺចទ័រនៃចំនួនកុំផ្លិច $z_1 = 3 + 2i$

$\overrightarrow{OM_2} = (1, -3)$ ជារ៉ឺចទ័រនៃចំនួនកុំផ្លិច $z_2 = 1 - 3i$

ដូច្នេះ តាមលក្ខណៈវ៉ិចទ័រនៃចំនួនកុំផ្លិច គេបាន

$$\text{វ៉ិចទ័រនៃចំនួនកុំផ្លិច } z_1 + z_2 \text{ កំណត់ដោយ } \overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OM_1} + \overrightarrow{OM_2} = (3, 2) + (1, -3) = (4, -1)$$

$$\text{វ៉ិចទ័រនៃចំនួនកុំផ្លិច } z_1 - z_2 \text{ កំណត់ដោយ } \overrightarrow{OM'} = \overrightarrow{OM_1} - \overrightarrow{OM_2} = (3, 2) - (1, -3) = (2, 5)$$